

## 20ª ORMUB - 2012 - 2º ANO DO ENSINO MÉDIO

**Questão 1:** Em uma determinada cidade houve uma greve dos petroleiros e toda a gasolina contida em um tanque cilíndrico do terminal da cidade foi distribuída entre vários postos. Sabendo-se que cada posto tinha dois tanques (também cilíndricos) com a altura e o diâmetro das bases respectivamente iguais a  $\frac{1}{5}$  e  $\frac{1}{4}$  das dimensões do tanque do terminal, qual a quantidade de postos abastecidos?

**Questão 2:** Uma das formas de se enviar uma mensagem secreta é realizada por meio de códigos matemáticos, seguindo os seguintes passos:

- Tanto o destinatário quanto o remetente possuem uma matriz chave C;
- O destinatário recebe do remetente uma matriz P, tal que  $P=M \cdot C$ , onde M é a matriz mensagem a ser decodificada;
- A cada número da matriz M corresponde uma letra do alfabeto: 1 = A, 2 = B, 3 = C, ..., 23 = Z, sendo que, neste caso, consideraremos o alfabeto com 23 letras, excluindo-se as letras K, W e Y, e o número zero corresponde ao ponto de exclamação, ou seja, temos a seguinte correspondência:

!	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	X	Z
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23

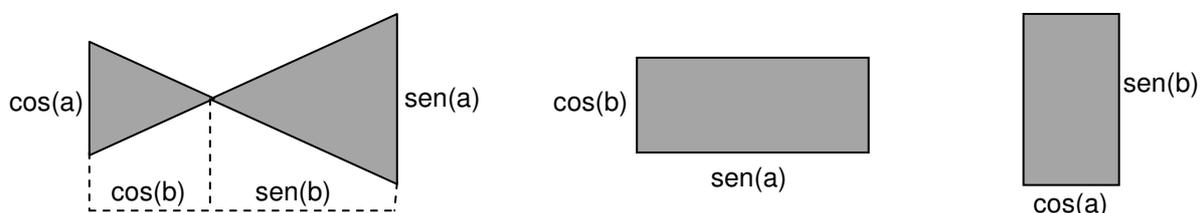
- A mensagem é lida encontrando a matriz M, fazendo a correspondência número/letra e ordenando as letras por linhas da matriz, conforme segue:  $m_{11}, m_{12}, m_{13}, m_{21}, m_{22}, m_{23}, m_{31}, m_{32}, m_{33}$ .

Consideremos as matrizes  $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  e  $P = \begin{pmatrix} 2 & -10 & 1 \\ 18 & 38 & 17 \\ 19 & 14 & 0 \end{pmatrix}$ . Com base nas

informações descritas acima, encontre a mensagem que foi enviada por meio da matriz M.

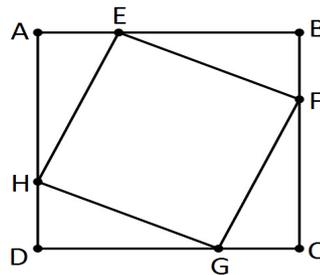
**Questão 3:** Foram encontrados os símbolos abaixo em uma escavação no Brasil. Cientistas julgam ser de uma tribo indígena brasileira. Estes pesquisadores encontraram algumas relações trigonométricas entre os lados das figuras, como é mostrado. Se

$a + b = \frac{\pi}{3}$  e  $a - b = \frac{\pi}{6}$ , qual é a soma das áreas das figuras?



**Questão 4:** Na figura abaixo, ABCD e EFGH são dois quadrados. Denotamos: 
$$\begin{cases} \overline{AE} = a \\ \overline{AH} = b \\ \overline{EH} = c \end{cases}$$

- a) Mostre que os triângulos AEH e BFE são congruentes.  
 b) Por analogia, considerando o item (a) acima, pode-se concluir que os triângulos AEH, BFE, CGF e DHA são congruentes (não precisa mostrar). Como consequência disso, mostre, sem fazer uso do Teorema de Pitágoras, que  $a^2 + b^2 = c^2$ .



**Questão 5:** Suponha que um avião ao decolar, em uma pista retilínea, percorre 800 m fazendo com o solo um ângulo de  $\frac{\pi}{6}$ . Após percorrer esta distância ele muda o ângulo para  $\frac{\pi}{3}$ . Supondo que o solo não tem variação de altura, qual deve ser a distância percorrida para que o avião atinja 1 km de altura?